

# The 6<sup>th</sup> Romanian Master of Mathematics Competition

2. дан - Букурешт, субота 2. март 2013. године

Language: Serbian

**Проблем 4.** Нека су  $P$  и  $P'$  две конвексне четвороугаоне површи у равни и нека је  $O$  једна од њихових заједничких тачака (површи садрже своје ивице). Претпоставимо да за сваку праву  $\ell$  кроз тачку  $O$  пресечна дуж  $\ell$  са  $P$  има већу дужину од пресечне дужи  $\ell$  са  $P'$ . Да ли је могуће да однос површина површи  $P'$  и  $P$  буде већи од 1.9?

**Проблем 5.** За дати природан број  $k \geq 2$  нека је  $a_1 = 1$ , а за сваки природан број  $n \geq 2$  нека је  $a_n$  најмање  $x > a_{n-1}$  такво да важи

$$x = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \sqrt[k]{\frac{x}{a_i}} \right].$$

Доказати да се сваки прост број појављује у низу  $a_1, a_2, \dots$ .

**Проблем 6.**  $2n$  различитих новчића постављено је на темена правилног  $2n$ -тоугла, по један на свако теме. Један *потез* састоји се од бирања странице  $2n$ -тоугла и замене места два новчића који се налазе на њеним крајевима. Претпоставимо да је, након коначног броја потеза, сваки пар новчића заменио места тачно по једном. Доказати да бар једна од ивица није изабрана ни у једном од потеза.

Сваки задатак вреди 7 бодова.

Време за израду задатака је 4 сата и 30 минута.