

# The 7<sup>th</sup> Romanian Master of Mathematics Competition

Első nap: 2015. február 27. (péntek), Bukarest

Language: Hungarian

**1. feladat** Létezik-e pozitív egész számokból álló  $a_1, a_2, a_3, \dots$  végtelen sorozat, melyre  $a_m$  és  $a_n$  akkor és csak akkor relatív prím, ha  $|m - n| = 1$ ?

**2. feladat** Egy  $n \geq 5$  egész számra két játékos a következő játékot játssza egy szabályos  $n$ -szögön. Kezdetben kiválasztanak három szomszédos csúcsot, és mindegyikre tesznek egy-egy bábut. Egy lépés során az egyik játékos az egyik bábut tetszőleges számú oldalon végigtolja az  $n$ -szög egy másik csúcsáig anélkül, hogy átugrana egy másik bábut. Egy lépés *szabályos*, ha a bábuk által alkotott háromszög területe a lépés után szigorúan nagyobb, mint a lépés előtt. A játékosok felváltva lépnek szabályosat, és az a játékos veszít, aki nem tud szabályosat lépni. Az  $n$  szám mely értékeire van az első lépést megtévő játékosnak nyerő stratégiája?

**3. feladat** Egy táblára fel van írva egy racionális számokból álló véges lista. Egy *műveleti lépés* során kiválasztunk két tetszőleges  $a$  és  $b$  számot, letöröljük őket, és felírunk egyet az

$$a + b, a - b, b - a, a \cdot b, a/b \text{ (ha } b \neq 0), b/a \text{ (ha } a \neq 0)$$

számok közül.

Bizonyítsuk be, hogy minden  $n > 100$  egész számhoz csak véges sok olyan  $k \geq 0$  egész szám létezik, melyre a

$$k + 1, k + 2, \dots, k + n$$

listából kiindulva  $n - 1$  műveleti lépés után megkapható az  $n!$  érték.

Minden feladat helyes megoldásáért 7 pont adható.  
Munkaidő 4 és fél óra.